

# Специальная теория относительности.

Преобразования Лоренца  
Пространство Минковского



**#ФизикаДляМенеджеров**



Марат Авдыев

[Marat@emediator.ru](mailto:Marat@emediator.ru)

Союз Сибирский Центр  
медиации 2022

# Почему принцип относительности нарушается?

Об электродинамике движущихся тел

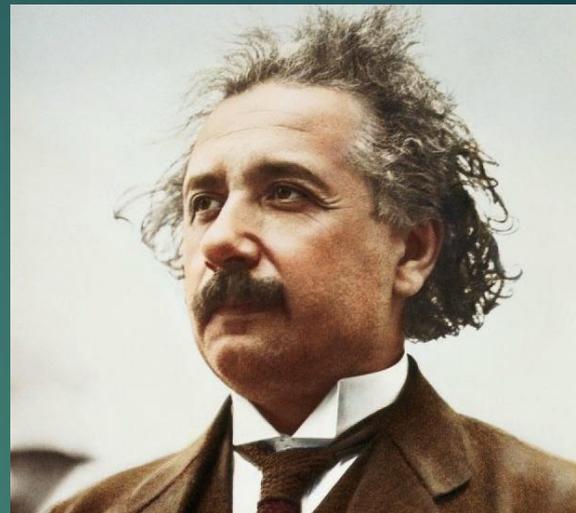


## Закон Фарадея

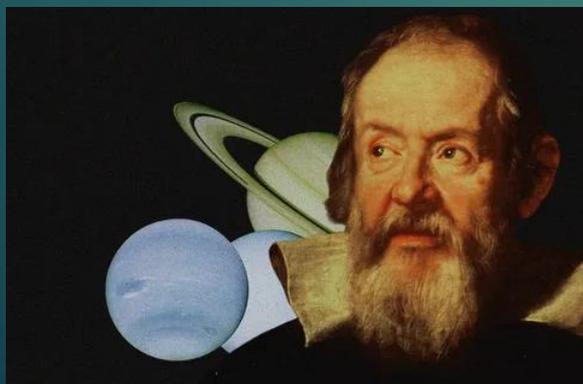
## Закон Ленца

$\mathcal{E} = -\dot{\Phi}$

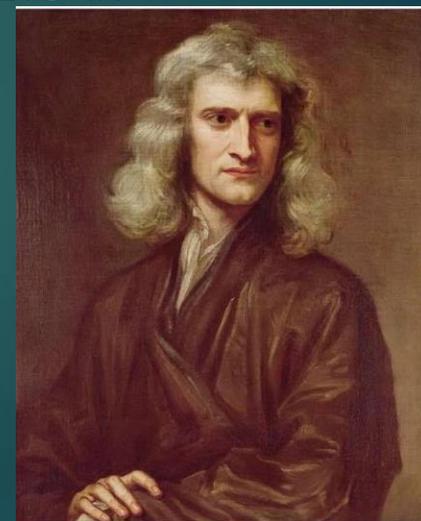
$i \Delta l$



Альберт Эйнштейн



Галилео Галилей



Исаак Ньютон

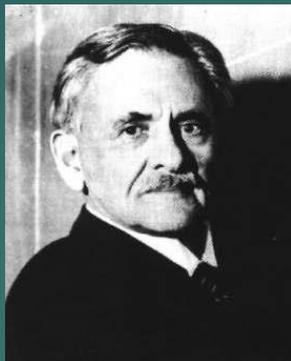
# Предтеча СТО



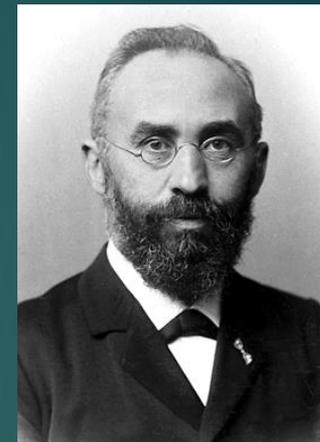
*Самый известным неудачным экспериментом в истории*



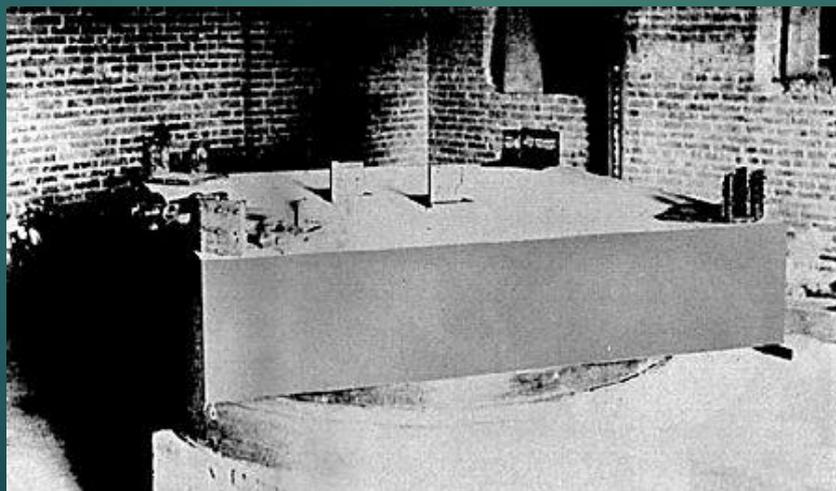
Анри Пуанкаре  
1854-1912



Альберт Абрахам  
Майкельсон 1852-1931



Хендрик Антон  
Лоренц 1853-1928

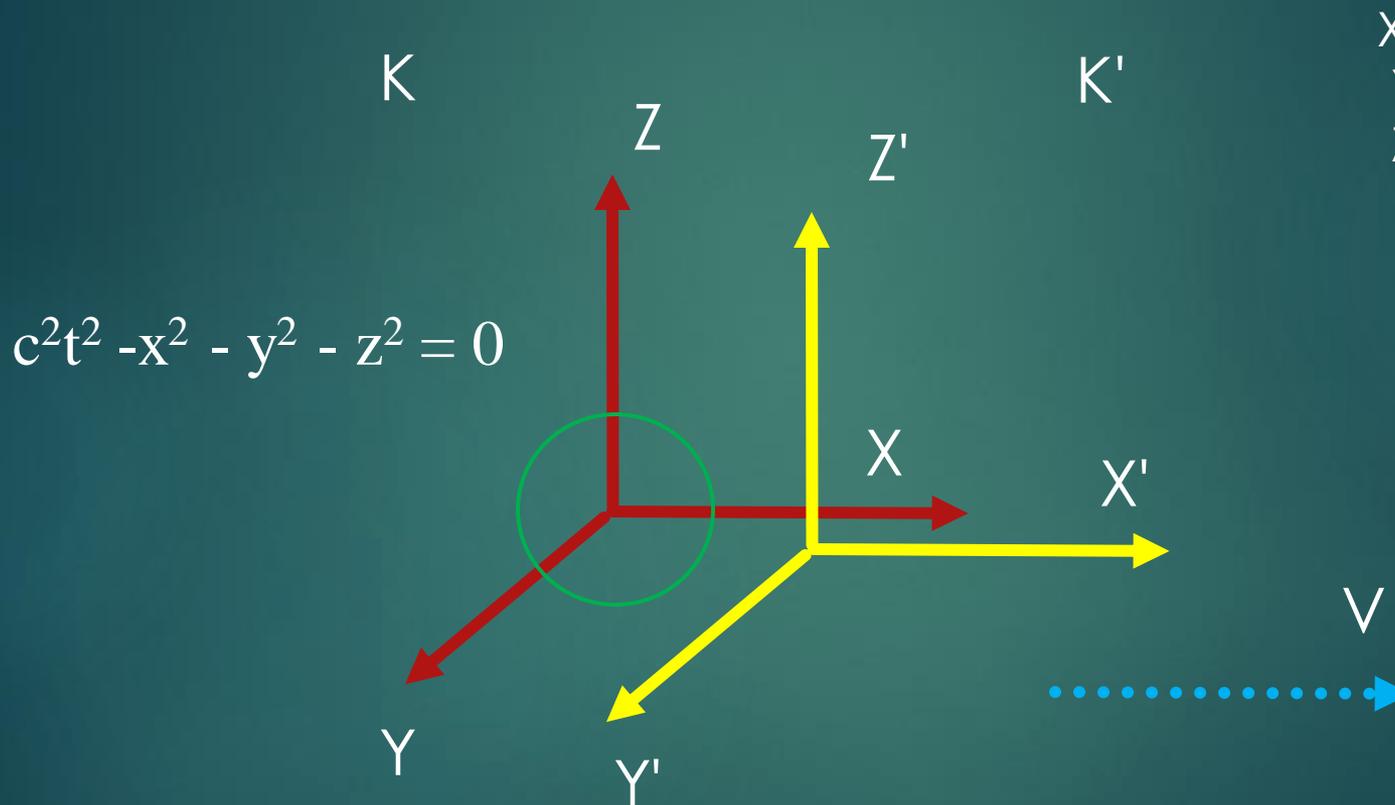


Опыты Майкельсона-  
Морли 1881, 1887

# Принцип относительности



В ИСО: физика и  $c = \text{Const}$



$$\begin{aligned} X &= f_1(X') \\ Y &= f_2(Y') \\ Z &= f_3(Z') \end{aligned}$$



$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2$$

# Интервал в пространстве-времени



$$\Delta S^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = \dots a * \dots \Delta S'^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2$$

$$a = 1$$

В одной и той же точке . . .

$$S_{12}^2 = c^2 (t_2 - t_1)^2 - l_{12}^2 = S'^2_{12} = c^2 (t'_2 - t'_1)^2 - l'^2_{12}$$

$$S_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = c^2 t'^2_{12} > 0$$

$$l'_{12} = 0$$

Времениподобный

$$t'_{12} = \frac{1}{c} \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2} = \frac{S_{12}}{c}$$

# Инварианты в пространстве-времени



В ОТДЕЛЬНО ВЗЯТЫЙ МИГ . . .

$$S_{12}^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - l_{12}^2 = S'_{12}^2 = c^2(t'_2 - t'_1)^2 - l_{12}^2$$

$$S_{12}^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - l_{12}^2 = S'_{12}^2 = -l_{12}^2$$

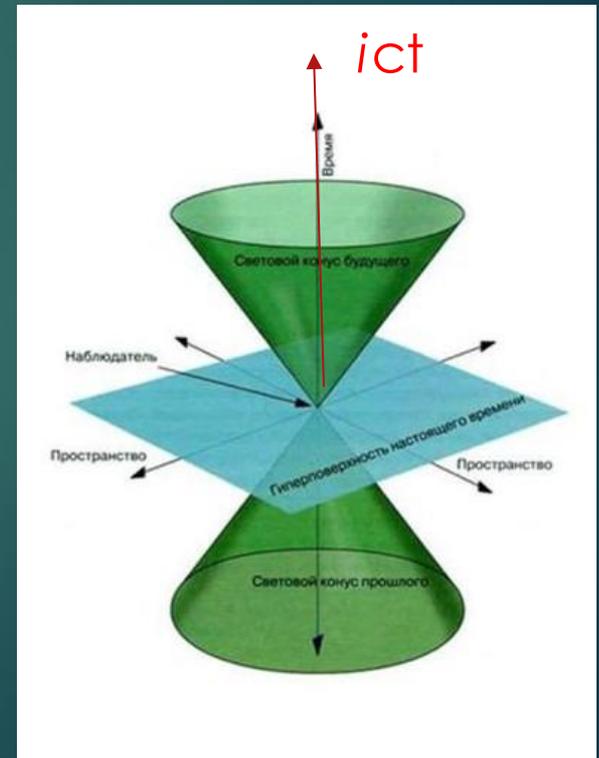
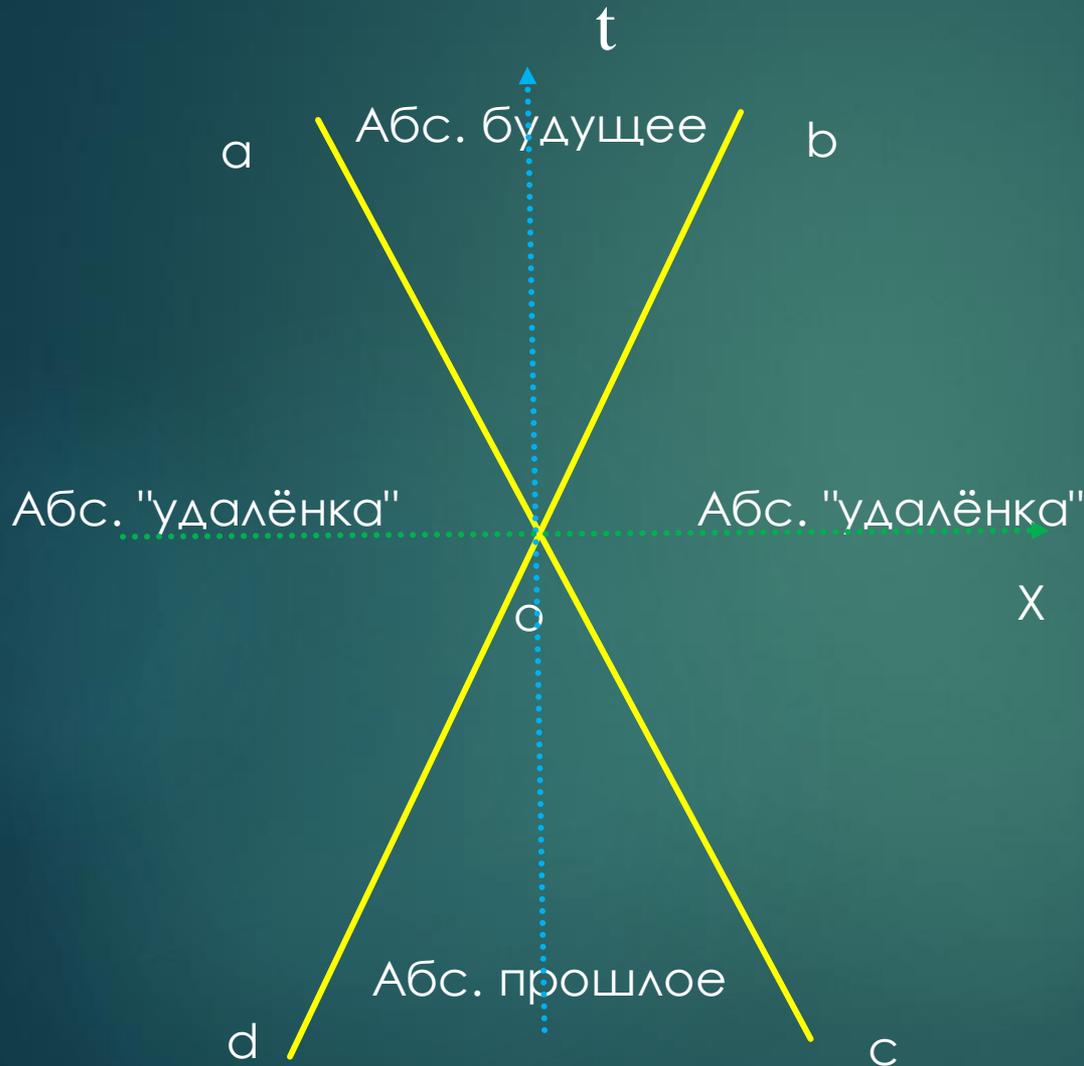
Пространственноподобный

$$l'_{12} = \sqrt{l_1^2 - c^2 t_{12}^2} = i \cdot s_{12}$$

# Световой конус. Мировые линии



Герман Минковский  
1864-1909





# Собственное время. Фотонные часы



$$\Delta s = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = c^2 \Delta t'^2$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta s}{c} = \Delta t \sqrt{1 - \frac{\Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2}{c^2 \Delta t^2}} = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$\tau$

$$c^2 \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 = v^2 \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 + l^2$$

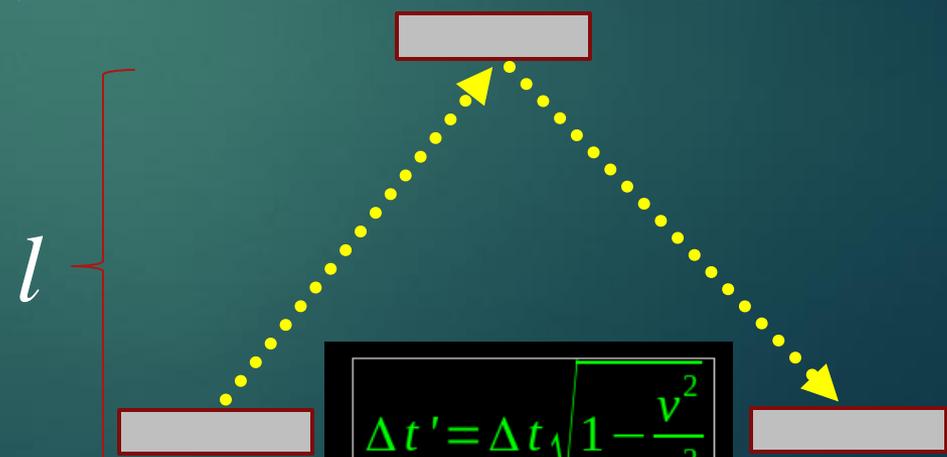
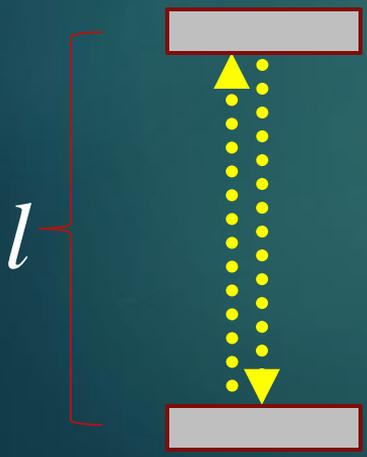
$$(c^2 - v^2) \Delta t^2 = 4l^2$$

$$\Delta t' = \frac{2l}{c} \dots \Delta t'^2 = \frac{4l^2}{c^2}$$

$v$

$v * \Delta t / 2$

$v * \Delta t / 2$



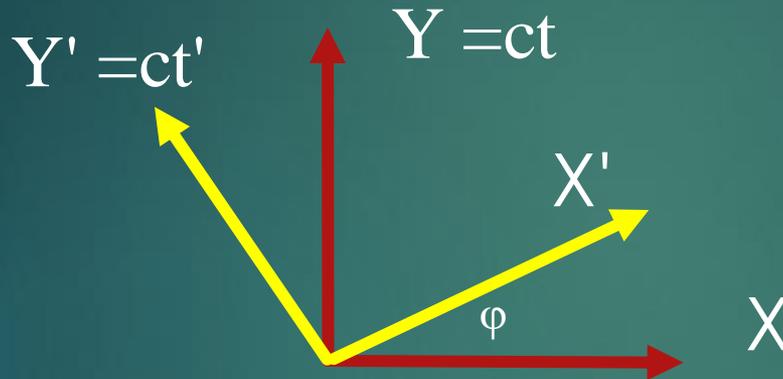
$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

# Обеспечить инвариантность $s^2$

Развитие преобразований Галилея



$$x = x' \cos\varphi + y' \sin\varphi$$
$$ct = -x' \sin\varphi + y' \cos\varphi$$



$$x = x' \operatorname{ch}\varphi + ct' \operatorname{sh}\varphi$$
$$y = x' \operatorname{sh}\varphi + ct' \operatorname{ch}\varphi$$

$$c^2t^2 - x^2 = c^2t'^2 - x'^2$$

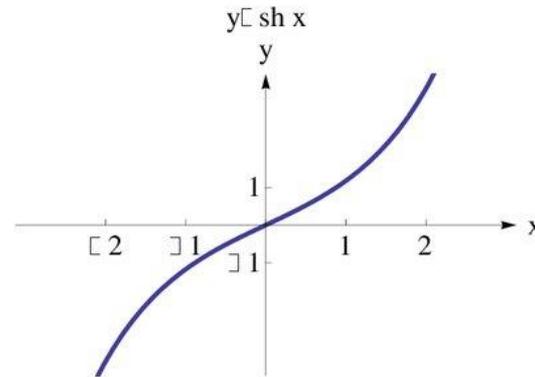
# Гиперболический sh, ch



## Гиперболические функции

Гиперболический синус

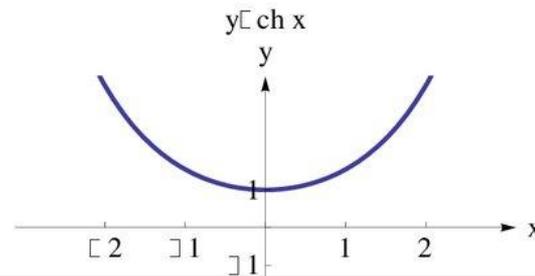
$$y = \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$



$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

Гиперболический косинус

$$y = \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$



$$\begin{aligned} \operatorname{ch} \varphi &= \cos i \varphi \\ \operatorname{sh} \varphi &= -i \operatorname{sh} i \varphi \\ \operatorname{th} \varphi &= -i \operatorname{tgi} \varphi \end{aligned}$$

$$\operatorname{ch}^2 \varphi - \operatorname{sh}^2 \varphi = 1$$

$$\operatorname{ch}^2 \varphi = \frac{1}{1 - \operatorname{th}^2 \varphi}$$

$$1 - \operatorname{th}^2 \varphi = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \varphi}$$

$$\operatorname{sh}^2 \varphi = \frac{\operatorname{th}^2 \varphi}{1 - \operatorname{th}^2 \varphi}$$

# Преобразования Лоренца



$$x = ct \operatorname{sh} \phi$$
$$ct = ct \operatorname{ch} \phi$$

$$x/ct = \operatorname{th} \phi$$
$$V/c = \operatorname{th} \phi$$

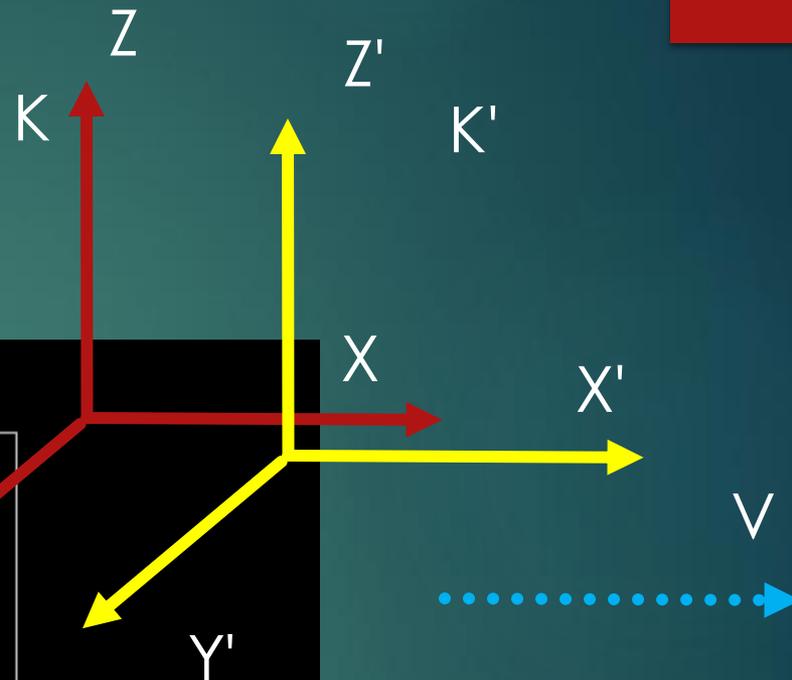
$$\operatorname{sh} \phi = \frac{V/c}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\operatorname{ch} \phi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$y = y', z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$



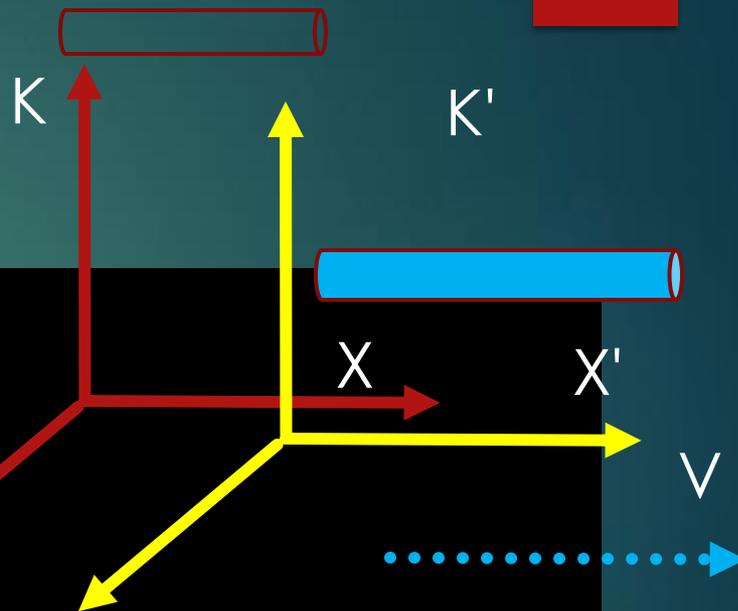
# Лоренцово сокращение



$$l = l_0 / \gamma$$

$$x_1 = \frac{x_1' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$x_2 = \frac{x_2' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

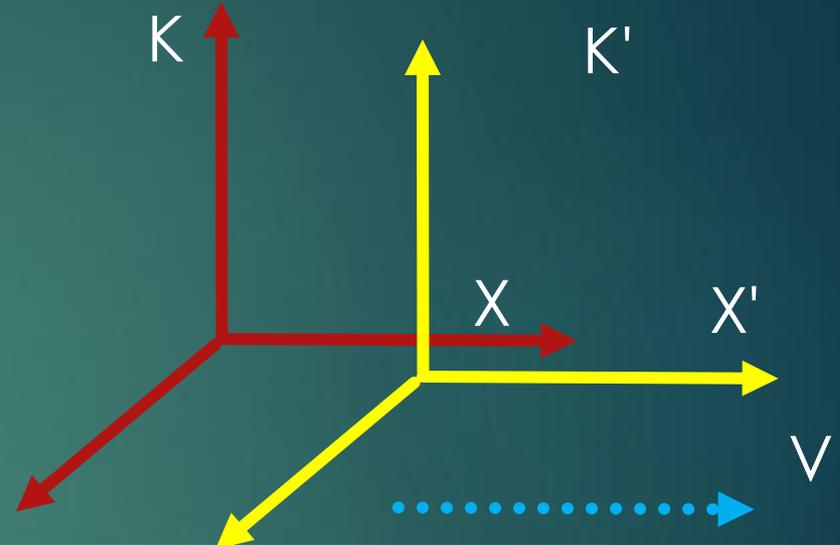


$$\Delta x = \frac{\Delta' x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$\Omega = \Omega_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

# Замедление времени

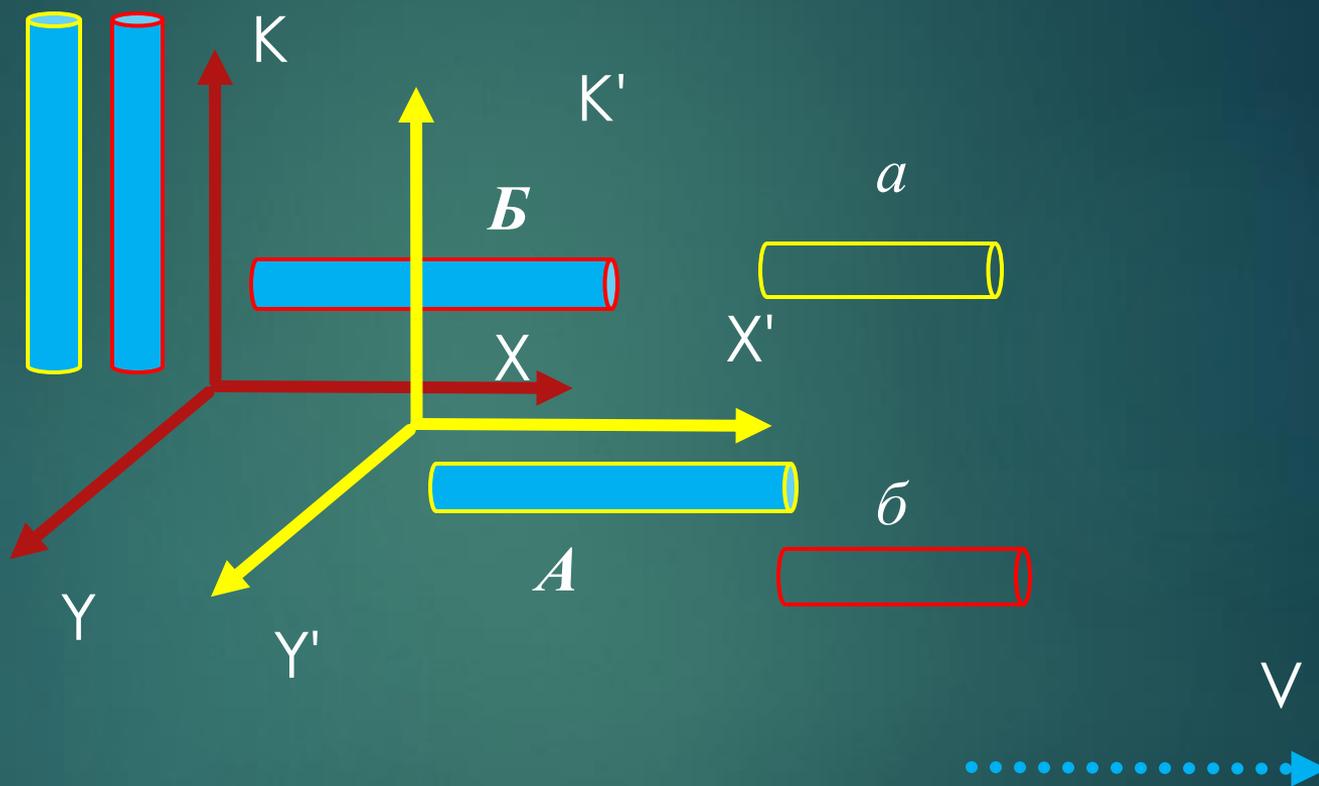


$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

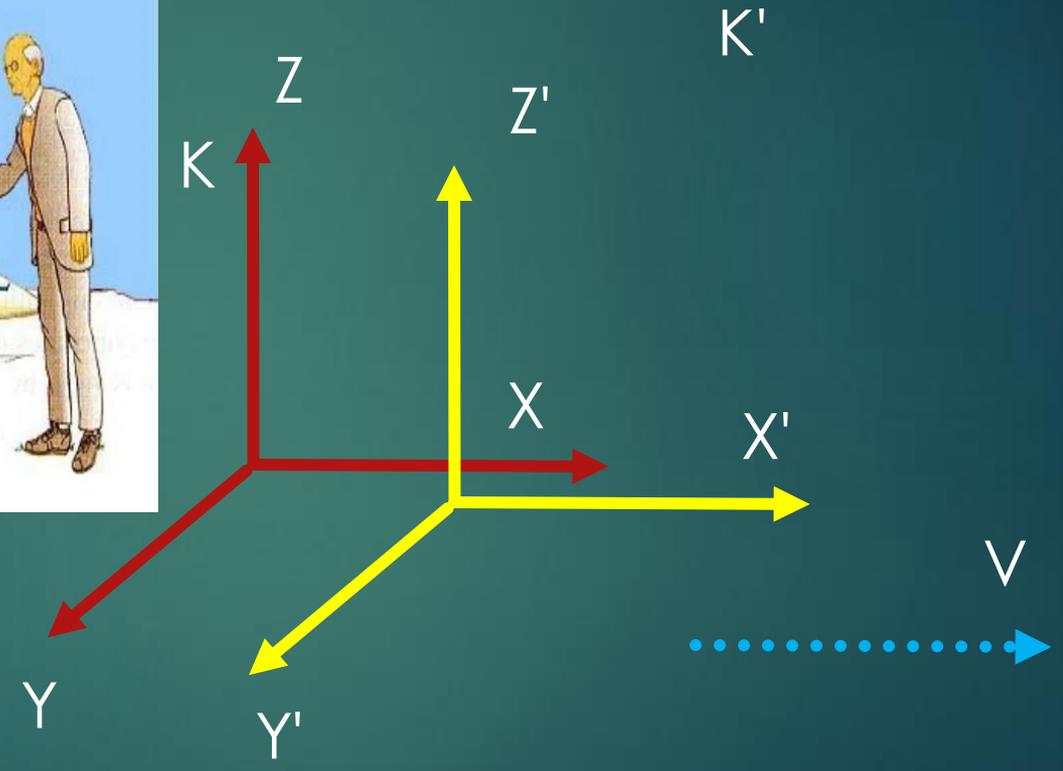
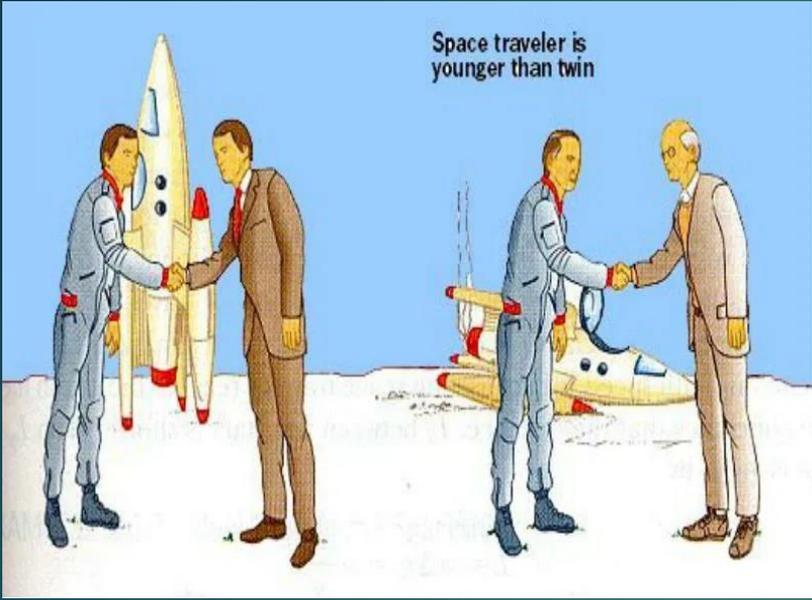
$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

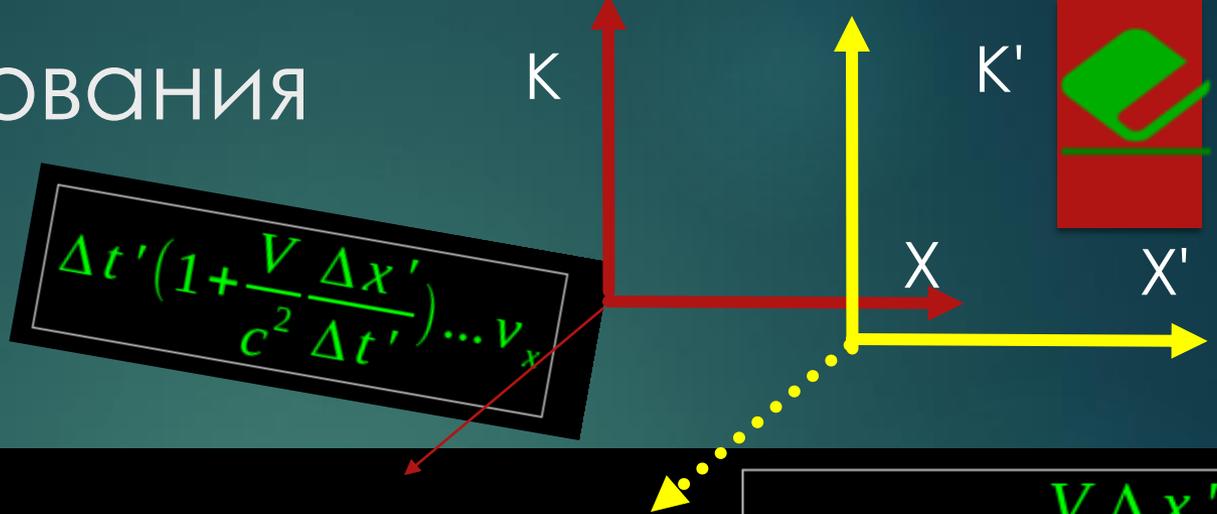
# Симметрия



# Асимметрия



# Преобразования скорости



$$\Delta x = \frac{\Delta x' + V \Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Delta y = \Delta y', \dots \Delta z = \Delta z'$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{V \Delta x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

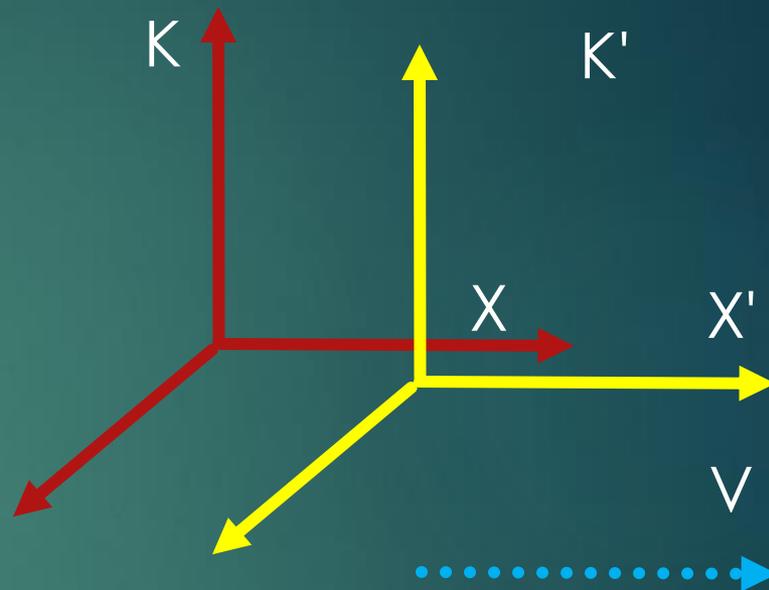
$$v_x = \frac{v_x' + V}{1 + \frac{v_x' V}{c^2}}$$

$$v_y = \frac{v_y' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_x' V}{c^2}}$$

$$v_z = \frac{v_z' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_x' V}{c^2}}$$



# Вдоль оси X. Сложение $v$



$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$$

$$v = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}} = c$$

$$v = \frac{0,9c + 0,9c}{1 + \frac{0,9c * 0,9c}{c^2}} = 0,9944c$$

# Эксперимент против невежества



$\pi^+$  мезон  $2,5 * 10^{-8}$  сек \*  $c = 700$  см.

$2,5 * 10^{-6}$  \*  $c = 700$  м.



Меркурий



## Эксперимент Хафеле

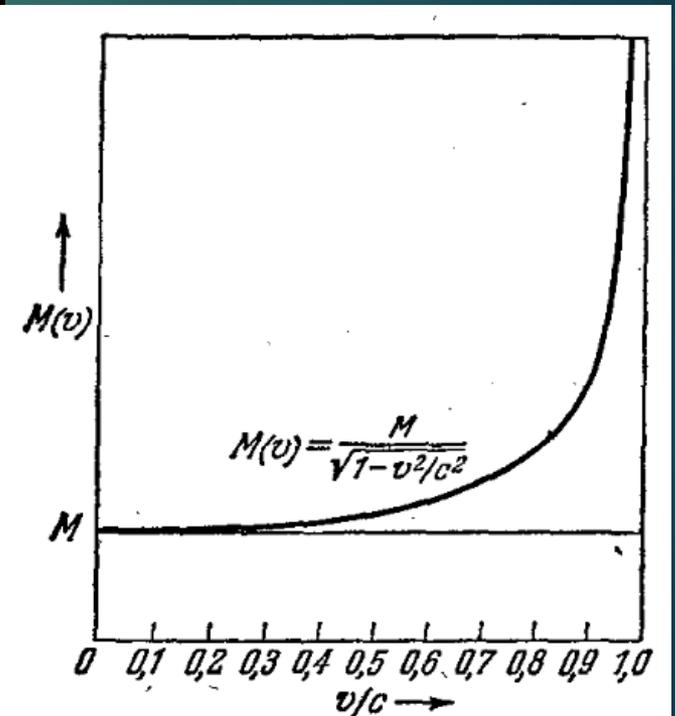
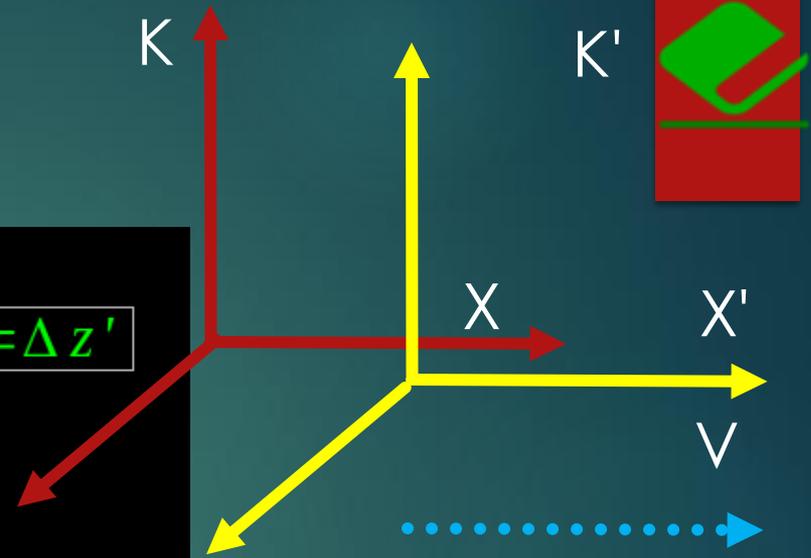
— Китинга 1971 г. Цезиевые  
часы HP 5061A Cesium Beam  
Frequency Standard -59 + 273 нс  
Восток- Запад

# Импульс

$$\Delta \tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\Delta y = \Delta y', \dots \Delta z = \Delta z'$$

$$m \frac{\Delta y}{\Delta \tau} = m \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{\Delta t}{\Delta \tau} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



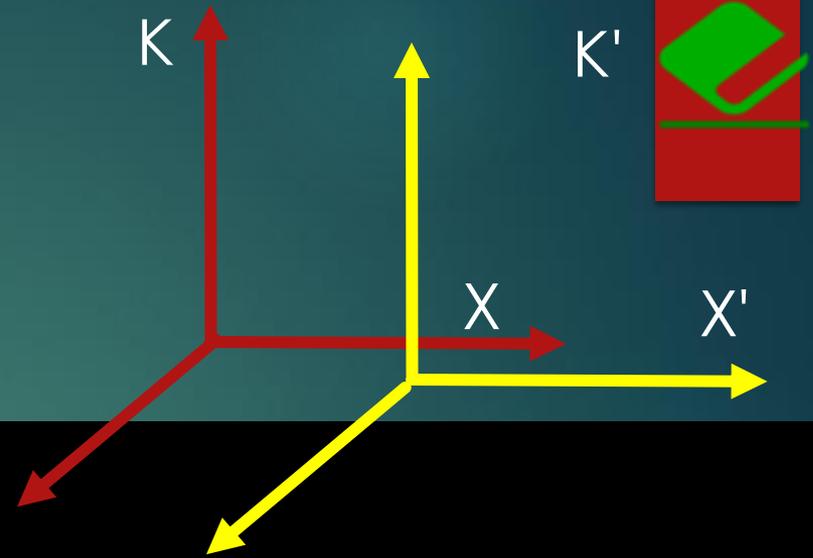
$$\mathbf{p} = \frac{m \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$\gamma = \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$\mathbf{p} = m(v) \mathbf{v} \dots m(v) = \gamma m$$

# Энергия



$$p = mc \beta \gamma$$

$$\gamma^2 (1 - \beta^2) = 1$$

$$m^2 c^4 \gamma^2 - p^2 c^4 = m^2 c^4$$

$$m c^2 \gamma = m \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + \dots$$

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$$

$$E^2 - p^2 c^4 = m^2 c^4$$

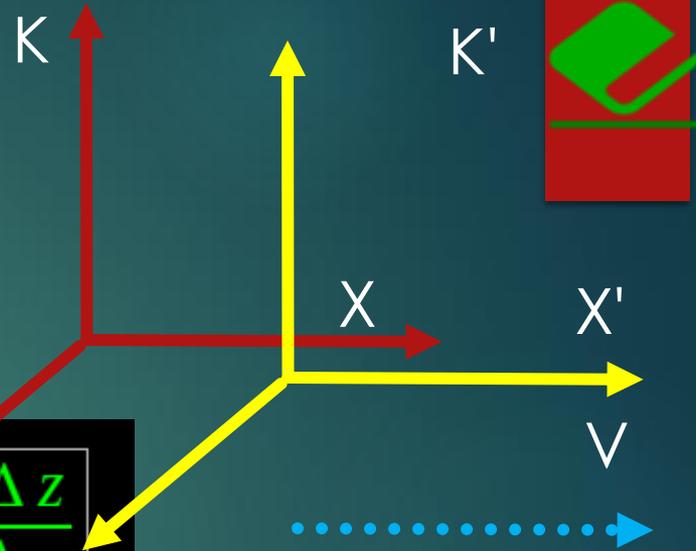
$$E = \gamma m c^2$$

$$\Delta E = \Delta m c^2$$



# Четырëхвектор

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} \quad E = \gamma m c^2$$



$$p_x = m \frac{\Delta x}{\Delta \tau}$$

$$p_y = m \frac{\Delta y}{\Delta \tau}$$

$$p_z = m \frac{\Delta z}{\Delta \tau}$$

$$E = m c^2 \frac{\Delta t}{\Delta \tau}$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(ict, x, y, z)$$

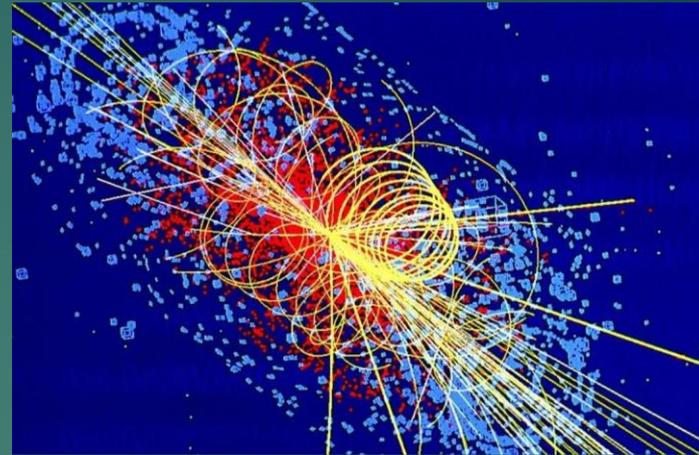
$$(ic * E/c^2, p_x, p_y, p_z)$$

# Преобразования Лоренца



$(ict, x, y, z)$

$(ic * E/c^2, p_x, p_y, p_z)$



$$p_x = \gamma \left( p'_x + \beta \frac{E'}{c} \right)$$

$$p_y = p'_y, \dots, p_z = p'_z$$

$$E = \gamma (E' + \beta p'_x c)$$

$$x = \gamma \left( x' + \beta \frac{E'}{c} \right)$$

$$y = y', \dots, z = z'$$

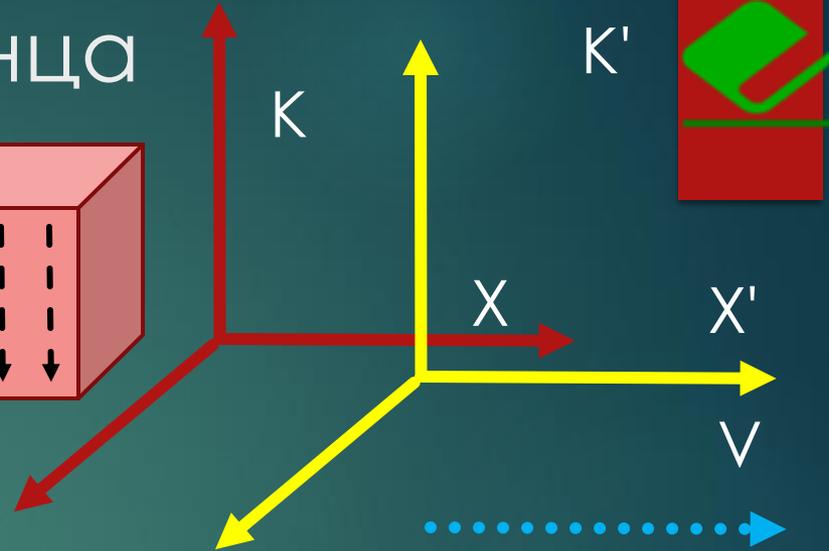
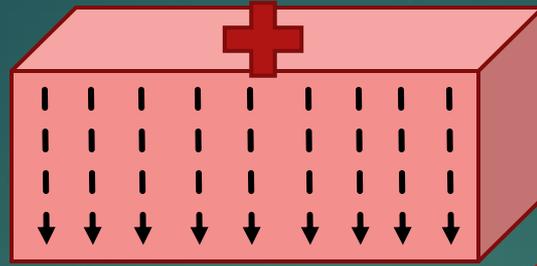
$$t = \gamma \left( t' + \beta \frac{x'}{c} \right)$$

# Силы Кулона и Лоренца

$$q = inv$$

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

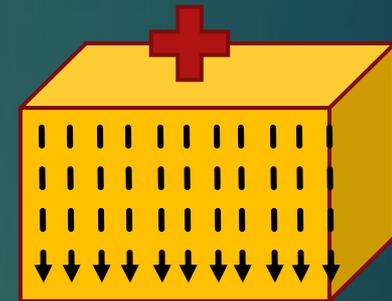
$E$



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E' = \frac{\sigma \gamma}{\epsilon_0}$$

$E'$



$$F = \frac{q \sigma \gamma^2}{\gamma \epsilon_0} \sim q \sigma \left( \frac{1}{\epsilon_0} - \frac{V^2}{\epsilon_0 c^2} \right) \sim q \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \mu_0 q \sigma V^2 = qE + q[vB]$$

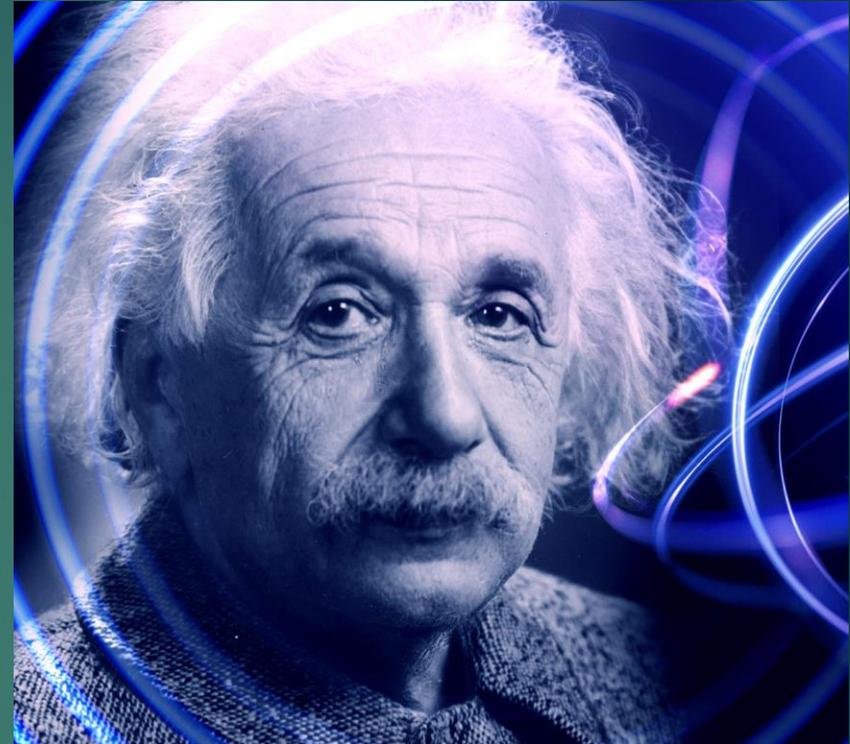
$$\vec{E}' = \vec{E}_{\parallel} + \gamma(\vec{E}_{\perp} - [\vec{\beta} \times \vec{B}]), \quad \vec{B}' = \vec{B}_{\parallel} + \gamma(\vec{B}_{\perp} + (\vec{\beta} \times \vec{E})),$$

# О роли креативного воображения



Фактов в жизни  
бывает  
предостаточно -  
не хватает  
немного  
фантазии!

А. Эйнштейн



**#ФизикаДляМенеджеров**

**Univer.emediator.ru**

Союз Сибирский Центр  
медиации 2022